

# Mathématiques

## Enseignement Scientifique

### Fonctions : Études



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

## CORRECTION

1. Justifions que 1 est racine de l'équation  $f(x) = 0$ :

Pour tout  $x \in [-2; 2]$ :  $f(x) = x^3 - 3x + 2$ .

Dans ces conditions:  $f(1) = (1)^3 - 3 \times (1) + 2$   
 $= 0$ .

Ainsi 1 est bien racine de l'équation  $f(x) = 0$ .

2. Calculons  $f'(x)$  sur  $[-2; 2]$ :

La fonction  $f$  est dérivable sur  $[-2; 2]$ .

D'où, nous pouvons calculer  $f'$  sur  $[-2; 2]$ :

$$f'(x) = 3x^2 - 3, \text{ pour tout } x \in [-2; 2].$$

La dérivée de la fonction  $f$ , pour tout  $x \in [-2; 2]$ , est donc:

$$f'(x) = 3x^2 - 3.$$

3. Étudions le signe de  $f'$  sur  $[-2; 2]$ :

Pour tout  $x \in [-2; 2]$ :  $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$ .

Dans ces conditions,  $f'$  admet 2 racines:  $x_1 = -1$  et  $x_2 = 1$ .

D'où le tableau de signe de  $f'$  sur  $[-2; 2]$  est:

$x$	$-2$	$-1$	$1$	$2$
$x+1$	-	0	+	+
$x-1$	-	-	0	+
$f'(x)$	+	0	-	+

Ainsi, le signe de  $f'$  sur  $[-2; 2]$  est:

- strictement positif sur  $[-2; -1[ \cup ]1; 2]$
- nul si  $x = -1$  ou  $x = 1$
- strictement négatif sur  $] -1; 1[$ .

4. Déduisons-en le tableau de variations de  $f$  sur  $[-2; 2]$ :

Le tableau de variations de  $f$  sur  $[-2; 2]$  est le suivant:

$x$	-2	-1	1	2	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

, avec:

- $a = 0$
- $b = 4$
- $c = 0$
- $d = 4$ .

- Ainsi:
- $f$  est croissante sur  $[-2; -1]$
  - $f$  est décroissante sur  $[-1; 1]$
  - $f$  est croissante sur  $[1; 2]$ .

5. Donnons les coordonnées du point d'intersection entre  $\mathcal{C}$  et  $D$ :

Soit  $M(x; y)$  le point d'intersection des courbes  $\mathcal{C}$  et  $D$  sur l'intervalle  $[-2; 2]$ .

Les coordonnées du point  $M$  doivent vérifier le système:

$$\begin{cases} y = x^3 - 3x + 2 \\ y = -3x + 4 \end{cases} \quad (I).$$

$$(I) \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = -3x + 4 \Leftrightarrow x^3 = 2 \text{ cad } x = 2^{1/3}.$$

$$\begin{aligned} \text{Et donc: } f(2^{1/3}) &= (2^{1/3})^3 - 3 \times (2^{1/3}) + 2 \\ &= 2 - 3 \times 2^{1/3} + 2 \\ &= 4 - 3 \times 2^{1/3}. \end{aligned}$$

En conclusion les coordonnées du point  $M$ , intersection entre  $\mathcal{C}$  et  $D$  sont:

$$M(2^{1/3}; 4 - 3 \times 2^{1/3}).$$