

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Fonctions : Études



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CHIFFRE D'AFFAIRES ET TEMPS

CORRECTION

1. a. Développons $f(x)$:

D'après l'énoncé, pour tout $x \in \mathbb{R}^+$: $f(x) = 3x(48x - 5x^2)$.

$$\begin{aligned} \text{Dans ces conditions: } f(x) &= 3x(48x - 5x^2) \\ &= -15x^3 + 144x^2. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}^+$: $f(x) = -15x^3 + 144x^2$.

1. b. Déduisons-en $f'(x)$:

La fonction f est dérivable sur \mathbb{R}^+ .

D'où, nous pouvons calculer f' sur \mathbb{R}^+ .

$$f'(x) = -45x^2 + 288.$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}^+$: $f'(x) = -45x^2 + 288$.

1. c. Dressons le tableau de variation de f :

$$\begin{aligned} \text{Pour tout } x \in \mathbb{R}^+: f'(x) &= -45x^2 + 288 \\ &= -3x(15x - 96). \end{aligned}$$

Étape 1: on détermine le signe de f' .

f' admet donc 2 racines: $x_1 = 0$ et $x_2 = \frac{96}{15} = 6,4$.

D'où le tableau de signe de f' sur $\mathbb{R}^+ = [0; +\infty[$ est:

x	0		6,4		$+\infty$
$-3x$	0	-		-	
$15x - 96$		-	0	+	
$f'(x)$	0	+	0	-	

Ainsi le signe de f' sur $[0; +\infty[$ est:

- strictement positif sur $[0; 6,4[$
- nul si $x = 0$ ou $x = 6,4$
- strictement négatif sur $]6,4; +\infty[$.

Étape 2: on dresse le tableau de variation de f .

Le tableau de variation de f sur $[0; +\infty[$ est le suivant:

x	0		6,4		$+\infty$	
$f'(x)$	0	+	0	-		
$f(x)$	a	\nearrow		b	\searrow	
					c	

, avec:

- $a = f(0) = 0$
- $b = f(6,4) \approx 1966,9$
- $c = f(+\infty) = -\infty$.

- Ainsi:
- f est croissante sur $[0; 6,4]$
 - f est décroissante sur $[6,4; +\infty[$.

1. d. Déduisons-en le maximum de f sur $[0; 10]$:

La fonction f est croissante sur $[0; 6,4]$ et décroissante sur $[6,4; 10]$.

Elle présente donc un maximum quand: $x = 6,4$ années.

$f(6,4) = b = 1966,9 \times 1000$ euros.

Ainsi, le chiffre d'affaires sera maximal en $2020 + 6,4$ années et il sera environ égal à: 1966900 €.

2. Complétons la ligne 10 du programme écrit en Python:

1	def chiffres affairesmax():
2	x=0
4	B = 3*x*(48*x - 5*x**2)
5	M= B
6	for k in range(100):
7	x=x+0,1
8	B = 3*x*(48*x - 5*x**2)
9	if B >M :
10	M = B
12	return M