

# Mathématiques

## Enseignement Scientifique

### Fonctions : Études



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# CHIFFRE D'AFFAIRES ET TEMPS

## CORRECTION

1. a. Développons  $f(x)$ :

D'après l'énoncé, pour tout  $x \in \mathbb{R}^+$ :  $f(x) = 3x(48x - 5x^2)$ .

Dans ces conditions:  $f(x) = 3x(48x - 5x^2)$

$$= -15x^3 + 144x^2.$$

Ainsi, pour tout  $x \in \mathbb{R}^+$ :  $f(x) = -15x^3 + 144x^2$ .

1. b. Déduisons-en  $f'(x)$ :

La fonction  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}^+$ .

D'où, nous pouvons calculer  $f'$  sur  $\mathbb{R}^+$ .

$$f'(x) = -45x^2 + 288.$$

Ainsi, pour tout  $x \in \mathbb{R}^+$ :  $f'(x) = -45x^2 + 288$ .

1. c. Dressons le tableau de variation de  $f$ :

Pour tout  $x \in \mathbb{R}^+$ :  $f'(x) = -45x^2 + 288$

$$= -3x(15x - 96).$$

Étape 1: on détermine le signe de  $f'$ .

$f'$  admet donc 2 racines:  $x_1 = 0$  et  $x_2 = \frac{96}{15} = 6,4$ .

D'où le tableau de signe de  $f'$  sur  $\mathbb{R}^+ = [0; +\infty[$  est:

$x$	0		6,4		$+\infty$
$-3x$	0	-		-	
$15x - 96$		-	0	+	
$f'(x)$	0	+	0	-	

Ainsi le signe de  $f'$  sur  $[0; +\infty[$  est:

- strictement positif sur  $[0; 6,4[$
- nul si  $x = 0$  ou  $x = 6,4$
- strictement négatif sur  $]6,4; +\infty[$ .

Étape 2: on dresse le tableau de variation de  $f$ .

Le tableau de variation de  $f$  sur  $[0; +\infty[$  est le suivant:

$x$	0		6,4		$+\infty$	
$f'(x)$	0	+	0	-		
$f(x)$	$a$	$\nearrow$		$b$	$\searrow$	
					$c$	

, avec:

- $a = f(0) = 0$
- $b = f(6,4) \approx 1966,9$
- $c = f(+\infty) = -\infty$ .

- Ainsi:
- $f$  est croissante sur  $[0; 6,4]$
  - $f$  est décroissante sur  $[6,4; +\infty[$ .

1. d. Déduisons-en le maximum de  $f$  sur  $[0; 10]$ :

La fonction  $f$  est croissante sur  $[0; 6,4]$  et décroissante sur  $[6,4; 10]$ .

Elle présente donc un maximum quand:  $x = 6,4$  années.

$f(6,4) = b = 1966,9 \times 1000$  euros.

Ainsi, le chiffre d'affaires sera maximal en  $2020 + 6,4$  années et il sera environ égal à:  $1966900$  €.

2. Complétons la ligne 10 du programme écrit en Python:

1	def chiffres affairesmax( ):
2	x=0
4	<b>B</b> = 3*x*(48*x - 5*x**2)
5	M= <b>B</b>
6	for k in range(100):
7	x=x+0,1
8	<b>B</b> = 3*x*(48*x - 5*x**2)
9	if <b>B</b> >M :
10	M = <b>B</b>
12	return M