1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Fonctions : Dérivées

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

DES TONNES DE BLÉ !

CORRECTION

1. **Étudions les variations de la fonction Π :**

Ici: • $\mathcal{D}_{\Pi} = [\,0\,;\,50\,]$,

• $\mathcal{D}_{\Pi'} = [\,0\,;\,50\,]$ car Π est dérivable sur $[\,0\,;\,50\,]$,

• pour tout $x \in [\,0\,;\,50\,]$, nous avons donc: $\Pi'(x) = -3x^2 + 20x + 3000$.

Nous savons que les racines de Π' sont:

Or: • $x_1 = \dfrac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$

• $x_2 = \dfrac{10 - 10\sqrt{91}}{3}$.

Nous retiendrons uniquement x_1 car: • $x_1 \in [\,0\,;\,50\,]$

• $x_2 < 0$ et donc $x_2 \notin [\,0\,;\,50\,]$.

Distinguons 2 cas:

• $\Pi'(x) \leqslant 0$ ssi $-3x^2 + 20x + 3000 \leqslant 0$ cad ssi $x \in [\,x_1\,;\,50\,]$

• $\Pi'(x) \geqslant 0$ ssi $-3x^2 + 20x + 3000 \geqslant 0$ cad ssi $x \in [\,0\,;\,x_1\,]$.

Nous pouvons ainsi dresser le tableau de variations de la fonction π :

x	0		$x_1 = \dfrac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$		50
$\pi'(x)$		$+$	0	$-$	
$\pi(x)$		$\nearrow$	a	$\searrow$	

, avec : • $a = \pi(x_1)$.

Ainsi : • π est croissante sur $\left[0 ; \dfrac{10 + 10\sqrt{91}}{3}\right]$

• π est décroissante sur $\left[\dfrac{10 + 10\sqrt{91}}{3} ; 50\right]$.

2. Quelle quantité de blé l'entreprise doit-elle vendre pour réaliser un profit maximum ?

Ici, nous obtenons un seul extremum au point A d'abscisse $x = x_1 = \dfrac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$.

Comme π est croissante sur $[0 ; x_1]$ et décroissante sur $[x_1 ; 50]$,

l'extremum au point A d'abscisse $x = \dfrac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$ est : un maximum.

Pour réaliser un profit maximum, l'entreprise doit donc vendre une quantité de blé égale à : $x = \dfrac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$ tonnes.

3. Déterminons alors le profit de l'entreprise :

Le profit maximum de l'entreprise sera alors de :

$$a = \pi \left(\frac{10 + 10\sqrt{91}}{3} \right) \text{ euros.}$$