

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Fonctions : Dérivées



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

L'AIRE D'UN RECTANGLE

CORRECTION

1. Étudions les variations de f :

- Ici:
- $\mathcal{D}_f = [0; 3]$,
 - $\mathcal{D}_{f'} = [0; 3]$ car f est dérivable sur $[0; 3]$,
 - pour tout $x \in [0; 3]$, nous avons donc: $f'(x) = -3x^2 + 9$.

Nous savons que les racines de f' sont: $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$.

- Or:
- $x_1 = \sqrt{3} \in [0; 3]$
 - $x_2 = -\sqrt{3} \notin [0; 3]$.

Distinguons 2 cas:

- $f'(x) \leq 0$ ssi $-3x^2 + 9 \leq 0$ cad ssi $x \in [\sqrt{3}; 3]$
- $f'(x) \geq 0$ ssi $-3x^2 + 9 \geq 0$ cad ssi $x \in [0; \sqrt{3}]$.

Nous pouvons ainsi dresser le tableau de variations de f :

x	0	$\sqrt{3}$	3
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		a	

, avec: • $a = f(\sqrt{3})$.

Ainsi: • f est croissante sur $[0; \sqrt{3}]$
 • f est décroissante sur $[\sqrt{3}; 3]$.

2. Pour quelle valeur de x l'aire du rectangle est-elle maximale ?

Ici, nous obtenons un seul extremum au point A d'abscisse $x = \sqrt{3}$.

Comme f est croissante sur $[0; \sqrt{3}]$ et décroissante sur $[\sqrt{3}; 3]$,

l'extremum au point A d'abscisse $x = \sqrt{3}$ est: un maximum.

Donc l'aire du rectangle est maximale quand: $x = \sqrt{3}$.

3. Déterminons alors cette aire:

L'aire maximale du rectangle est égale à: $a = f(\sqrt{3}) = 6\sqrt{3}$.