1ère

# Mathématiques
# Enseignement Scientifique

## Fonctions : Dérivées

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

# ÉQUATIONS RÉDUITES DE TANGENTES

## CORRECTION

1. En ce qui concerne $f(x) = x^2 + 3x + \frac{5}{x}$ avec $b = 1$:

- $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^*$.
- $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}^*$. D'où: $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}^*$.
- Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$: $f'(x) = 2x + 3 - \frac{5}{x^2}$.
- L'équation réduite de la tangente $\Delta$ à la courbe représentative de $f$ au point d'abscisse 1 est: $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$.

Or ici: $f'(1) = 0$ et $f(1) = 9$.

**Ainsi, l'équation réduite de la tangente $\Delta$ est:**

$$y = 0 \times (x - 1) + 9 \text{ ou } y = 9.$$

2. En ce qui concerne $f(x) = x^4 + 4x^3 - 3x^2$ avec $b = 3$:

- $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.
- $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}$. D'où: $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}$.
- Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = 4x^3 + 12x^2 - 6x$.

- L'équation réduite de la tangente $\Delta$ à la courbe représentative de $f$ au point d'abscisse 3 est: $y = f'(3)(x - 3) + f(3)$.

Or ici: $f'(3) = 198$ et $f(3) = 162$.

**Ainsi, l'équation réduite de la tangente $\Delta$ est:**

$$y = 198 \times (x - 3) + 162 \quad \text{ou} \quad y = 198x - 417.$$

**3. En ce qui concerne $f(x) = 2x^3 + 4x + 2$ avec $b = 2$:**

- $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.
- $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}$. D'où: $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}$.
- Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = 6x^2 + 4$.
- L'équation réduite de la tangente $\Delta$ à la courbe représentative de $f$ au point d'abscisse 2 est: $y = f'(2)(x - 2) + f(2)$.

Or ici: $f'(2) = 28$ et $f(2) = 26$.

**Ainsi, l'équation réduite de la tangente $\Delta$ est:**

$$y = 28 \times (x - 2) + 26 \quad \text{ou} \quad y = 28x - 30.$$

**4. En ce qui concerne $f(x) = -x^4 + 2x^2 + x$ avec $b = -1$:**

- $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.
- $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}$. D'où: $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}$.
- Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = -4x^3 + 4x + 1$.
- L'équation réduite de la tangente $\Delta$ à la courbe représentative de $f$ au point d'abscisse $-1$ est: $y = f'(-1)(x + 1) + f(-1)$.

Or ici: $f'(-1) = 1$ et $f(-1) = 0$.

**Ainsi, l'équation réduite de la tangente Δ est:**

$$y = 1 \times (x+1) + 0 \quad \text{ou} \quad y = x + 1.$$

5. **En ce qui concerne $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 6$ avec $b = 2$:**

- $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.
- $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}$. D'où: $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}$.
- Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$.
- L'équation réduite de la tangente Δ à la courbe représentative de $f$ au point d'abscisse 2 est: $y = f'(2)(x-2) + f(2)$.

Or ici: $f'(2) = 0$ et $f(2) = -14$.

**Ainsi, l'équation réduite de la tangente Δ est:**

$$y = 0 \times (x-2) - 14 \quad \text{ou} \quad y = -14.$$

6. **En ce qui concerne $f(x) = \dfrac{-2x^2 + x + 1}{x^2 + 6}$ avec $b = 3$:**

- $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.
- $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}$. D'où: $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}$.
- Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{(-4x+1) \times (x^2+6) - (-2x^2 + x + 1) \times (2x)}{(x^2+6)^2}$$

$$\left( \frac{U' \times V - U \times V'}{V^2} \right)$$

$$= \frac{-x^2 - 26x + 6}{(x^2+6)^2}.$$

• L'équation réduite de la tangente $\Delta$ à la courbe représentative de $f$ au point d'abscisse 3 est: $y = f'(3)(x-3) + f(3)$.

Or ici: $f'(3) = \frac{-9}{25}$ et $f(3) = \frac{-14}{15}$.

**Ainsi, l'équation réduite de la tangente $\Delta$ est:**

$$y = \frac{-9}{25} \times (x-3) - \frac{14}{15} \text{ ou } y = \frac{-9}{25}x + \frac{11}{75}.$$

7. En ce qui concerne $f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x^2+1}$ avec $b = -2$:

• $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

• $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}$. D'où: $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

• Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{(6x-2) \times (x^2+1) - (3x^2-2x) \times (2x)}{(x^2+1)^2}$$

$$\left( \frac{U' \times V - U \times V'}{V^2} \right)$$

$$= \frac{2x^2 - 2}{(x^2+1)^2}.$$

• L'équation réduite de la tangente $\Delta$ à la courbe représentative de $f$ au point d'abscisse -2 est: $y = f'(-2)(x+2) + f(-2)$.

Or ici: $f'(-2) = \dfrac{6}{25}$ et $f(-2) = \dfrac{16}{5}$.

**Ainsi, l'équation réduite de la tangente Δ est:**

$$y = \frac{6}{25} \times (x+2) + \frac{16}{5} \quad \text{ou} \quad y = \frac{6}{25}x + \frac{92}{25}.$$

8. **En ce qui concerne $f(x) = \sqrt{8x - 16}$ avec $b = 4$:**

- $\mathcal{D}_f = [\,2\,;+\infty\,[$ car il faut que: $8x - 16 \geqslant 0$.
- $f$ est dérivable sur $]\,2\,;+\infty\,[$ car il faut que: $8x - 16 > 0$.

D'où: $\mathcal{D}_{f'} = ]\,2\,;+\infty\,[$.

- Dans ces conditions, pour tout $x \in\,]\,2\,;+\infty\,[$: $f'(x) = \dfrac{4}{\sqrt{8x-16}}$.
- L'équation réduite de la tangente Δ à la courbe représentative de $f$ au point d'abscisse 4 est: $y = f'(4)(x-4) + f(4)$.

Or ici: $f'(4) = 1$ et $f(4) = 4$.

**Ainsi, l'équation réduite de la tangente Δ est:**

$$y = 1 \times (x-4) + 4 \quad \text{ou} \quad y = x.$$

9. **En ce qui concerne $f(x) = \dfrac{2x^2}{\sqrt{-3x-9}}$ avec $b = -6$:**

- $\mathcal{D}_f = ]-\infty\,;-3\,[$ car il faut que: $-3x - 9 > 0$.
- $f$ est dérivable sur $]-\infty\,;-3\,[$ car il faut que: $-3x - 9 > 0$.

D'où: $\mathcal{D}_{f'} = ]-\infty\,;-3\,[$.

- Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $]-\infty\,;-3[$:

$$f'(x) = \frac{(4x) \times (\sqrt{-3x-9}) - (2x^2) \times \left(\frac{-3}{2\sqrt{-3x-9}}\right)}{(\sqrt{-3x-9})^2}$$

$$\left(\frac{U' \times V - U \times V'}{V^2}\right)$$

$$= \frac{4x}{\sqrt{-3x-9}} + \frac{3x^2}{(-3x-9)\sqrt{-3x-9}}.$$

- L'équation réduite de la tangente $\Delta$ à la courbe représentative de $f$ au point d'abscisse -6 est: $y = f'(-6)(x+6) + f(-6)$.

Or ici: $f'(-6) = -4$ et $f(-6) = 24$.

**Ainsi, l'équation réduite de la tangente $\Delta$ est:**

$$y = -4 \times (x+6) + 24 \text{ ou } y = -4x.$$