1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Fonctions : Dérivées

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

DÉRIVÉE ET TANGENTE

CORRECTION

1. Déterminons l'ensemble de définition de la fonction f :

Il faut que : $x + 1 \neq 0$ cad $x \neq -1$.

Ainsi : $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} - \{-1\}$.

2. a. Montrons que la fonction f est dérivable en tout réel " a " de $\mathcal{D}_f$:

Posons : $U(x) = 2x + 1$ et $V(x) = x + 1$.

Les fonctions U et V sont dérivables sur $\mathbb{R}$ en tant que fonctions affines.

(fonction affine : $f(x) = m \cdot x + p$)

De plus, $V(x) \neq 0$ ssi : $x \neq -1$.

Dans ces conditions, U, V et $\frac{U}{V}$ sont dérivables sur $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R} - \{-1\}$ et :

• $U'(x) = 2$.

• $V'(x) = 1$.

• $f'(x) = \dfrac{U'(x) \times V(x) - U(x) \times V'(x)}{[V(x)]^2}$

$$= \frac{(2) \times (x+1) - (2x+1) \times (1)}{(x+1)^2}.$$

Au total, pour tout $x = a \in \mathbb{R} - \{-1\} = \mathcal{D}_f = \mathcal{D}_{f'}$: $f'(x) = \dfrac{1}{(x+1)^2}$.

2. b. Exprimons $f'(a)$ en fonction de " a ":

Pour tout $a \in \mathbb{R} - \{-1\}$: $f'(a) = \dfrac{1}{(a+1)^2}$.

3. Déduisons-en $f'(0)$ et $f'(3)$:

Nous avons: • $f'(0) = 1$

• $f'(3) = \dfrac{1}{16}$.

4. Déterminons l'équation réduite de la tangente D à la courbe représentative de f au point A d'abscisse 3:

L'équation réduite de la tangente D à la courbe représentative de f au point A d'abscisse 3 est: $y = f'(3)(x-3) + f(3)$.

Or ici: • $f'(3) = \dfrac{1}{16}$

• $f(3) = \dfrac{7}{2}$.

Ainsi, l'équation réduite de la tangente D au point A d'abscisse 3 est:

$$y = \frac{1}{16}(x-3) + \frac{7}{2} \text{ ou } y = \frac{x}{16} + \frac{53}{16}.$$