

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Fonctions : Dérivées



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

D'après le cours, nous savons que:

- $f(x) = a \cdot x^n + b$ est dérivable sur \mathbb{R} et: $f'(x) = a \cdot n \cdot x^{(n-1)}$. ($n \in \mathbb{N}^*$)
- $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$, avec: $v \neq 0$ sur \mathcal{D}_f .

1. Calculons la dérivée de la fonction $f(x) = \frac{1}{3x}$:

- Le domaine de définition de f ?

Il faut que: $3x \neq 0$ cad $x \neq 0$.

D'où: $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} - \{0\}$.

- Le domaine de dérivabilité de f ?

Il faut que: $3x \neq 0$ cad $x \neq 0$.

D'où: $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R} - \{0\}$.

- Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{-3}{(3x)^2} = \frac{-1}{3x^2}$.

2. Calculons la dérivée de la fonction $f(x) = \frac{3}{4x+2}$:

- Le domaine de définition de f ?

Il faut que: $4x + 2 \neq 0$ cad $x \neq -\frac{1}{2}$.

D'où: $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$.

- Le domaine de dérivabilité de f ?

Il faut que: $4x + 2 \neq 0$ cad $x \neq -\frac{1}{2}$.

D'où: $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$.

- Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{-3 \times 4}{(4x+2)^2} = \frac{-12}{(4x+2)^2}$.

3. Calculons la dérivée de la fonction $f(x) = \frac{-7}{2x^6+4}$:

- Le domaine de définition de f ?

Il faut que: $2x^6 + 4 \neq 0$, ce qui est toujours vérifié pour tout $x \in \mathbb{R}$.

D'où: $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

- Le domaine de dérivabilité de f ?

Il faut que: $2x^6 + 4 \neq 0$, ce qui est toujours vérifié pour tout $x \in \mathbb{R}$.

D'où: $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

- Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{7 \times (12x^5)}{(2x^6+4)^2} = \frac{84x^5}{(2x^6+4)^2}$.

4. Calculons la dérivée de la fonction $f(x) = \frac{6}{x^4 + 21}$:

- Le domaine de définition de f ?

Il faut que: $x^4 + 21 \neq 0$, ce qui est toujours vérifié pour tout $x \in \mathbb{R}$.

D'où: $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

- Le domaine de dérivabilité de f ?

Il faut que: $x^4 + 21 \neq 0$, ce qui est toujours vérifié pour tout $x \in \mathbb{R}$.

D'où: $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}$.

- Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{-6x(4x^3)}{(x^4 + 21)^2} = \frac{-24x^3}{(x^4 + 21)^2}$.

5. Calculons la dérivée de la fonction $f(x) = \frac{-1}{15x - 5}$:

- Le domaine de définition de f ?

Il faut que: $15x - 5 \neq 0$ cad $x \neq \frac{1}{3}$.

D'où: $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$.

- Le domaine de dérivabilité de f ?

Il faut que: $15x - 5 \neq 0$ cad $x \neq \frac{1}{3}$.

D'où: $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$.

- Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{1 \times 15}{(15x - 5)^2} = \frac{15}{(15x - 5)^2}$.

6. Calculons la dérivée de la fonction $f(x) = \frac{13}{7-2x}$:

- Le domaine de définition de f ?

Il faut que: $7 - 2x \neq 0$ cad $x \neq \frac{7}{2}$.

D'où: $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{7}{2} \right\}$.

- Le domaine de dérivabilité de f ?

Il faut que: $7 - 2x \neq 0$ cad $x \neq \frac{7}{2}$.

D'où: $\mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R} - \left\{ \frac{7}{2} \right\}$.

- Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{-13 \times (-2)}{(7-2x)^2} = \frac{26}{(7-2x)^2}$.