

Mathématiques

Enseignement Scientifique

ax : Équations & Inéquations



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

Résolvons dans \mathbb{R} les équations suivantes:

1. $a^{-x^2+3} = \frac{1}{a^{x+3}}$:

$$a^{-x^2+3} = \frac{1}{a^{x+3}} \Leftrightarrow a^{-x^2+3} = a^{-x-3} \Leftrightarrow -x^2 + 3 = -x - 3 \Leftrightarrow -x^2 + x + 6 = 0.$$

Soit l'équation: $-x^2 + x + 6 = 0$.

D'après l'énoncé, cette équation admet 2 racines:

- $x_1 = -2$
- $x_2 = 3$.

L'équation $a^{-x^2+3} = \frac{1}{a^{x+3}}$ admet donc comme solutions: $x = -2$ et $x = 3$.

2. $a^{x^2+x} = 1$:

$$a^{x^2+x} = 1 \Leftrightarrow a^{x^2+x} = a^0 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0 \text{ cad } x = 0 \text{ ou } x = -1.$$

L'équation $a^{x^2+x} = 1$ admet donc comme solutions: $x = 0$ et $x = -1$.

$$3. a^{-x^2} = \frac{1}{a^3}:$$

$$a^{-x^2} = \frac{1}{a^3} \Leftrightarrow a^{-x^2} \times a^3 = 1 \Leftrightarrow a^{-x^2+3} = a^0 \Leftrightarrow -x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3$$

$$\text{cad } x = -\sqrt{3} \text{ ou } x = \sqrt{3}.$$

L'équation $a^{-x^2} = \frac{1}{a^3}$ admet donc comme solutions: $x = -\sqrt{3}$ et $x = \sqrt{3}$.