Corrigé

Exercice 1

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2015

MATHÉMATIQUES

Série ES/L

Durée de l'épreuve : 3 heures **Coefficient : 5 (ES), 4 (L)**

ES : ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

L : ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées conformément à la réglementation en vigueur.

- *Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.*
- *Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.*
- *Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*
- *Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.*

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

EXERCICE 1 (5 points) Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. La fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = x^3 + 6x^2$ est convexe sur l'intervalle :

a) $]-\infty\,;+\infty[$ **b)** $[-2\,;+\infty[$ **c)** $]-\infty\,;-2\,]$ **d)** $[-6\,;+\infty[$

2. Soit la fonction g définie sur $\mathbf{R}$ par $g(x) = (x-2)\mathrm{e}^x$.
L'équation $g(x) = 0$ admet sur $\mathbf{R}$:

a) aucune solution **b)** une seule solution
c) exactement deux solutions **d)** plus de deux solutions

3. On pose :

$$I = \int_0^1 -2x\mathrm{e}^{-x^2}\mathrm{d}x. \qquad \text{La valeur de } I \text{ est :}$$

a) $1-\mathrm{e}^{-1}$ **b)** $\mathrm{e}^{-1}-1$ **c)** $-\mathrm{e}^{-1}$ **d)** e^{-1}

4. La fonction h est définie sur $]0\,;+\infty[$ par $h(x) = (2x+4)\ln x$.
On note h' la fonction dérivée de la fonction h.
Pour tout nombre x de l'intervalle $]0;+\infty[$, $h'(x)$ est égale à :

a) $\dfrac{2}{x}$

b) $2\ln x + \dfrac{4}{x}$

c) $\dfrac{2x+4}{x}$

d) $2\ln x + \dfrac{2x+4}{x}$

5. Le prix d'une action a augmenté chaque mois de 5 % et cela pendant 3 mois consécutifs.
Globalement, le prix de l'action a été multiplié par :

a) $1,05^3$ **b)** $1,15$ **c)** $3\times 1,05$ **d)** $1,45$

EXERCICE 1

[Antilles-Guyane 2015]

Question 1:

Ici: • $f(x) = x^3 + 6x^2$ **(u + v)**

• $Df = \mathbb{R}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = (3x^2) + (12x)$ **(u' + v')**

$$= 3x^2 + 12x.$$

De plus, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f''(x) = 6x + 12$.

Or, f est convexe sur un intervalle I ssi: pour tout $x \in I, f''(x) \geq 0$.

Ici, $f''(x) \geq 0$ ssi: $x \in [-2\,; +\infty[$ $(x \geq -2)$.

Ainsi: **f est convexe sur** $[-2\,; +\infty[$ et donc la réponse **b. est Vraie**.

Question 2:

Ici: • $g(x) = (x - 2)\, e^x$

• $Dg = \mathbb{R}$.

Nous savons que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $e^x > 0$.

Dans ces conditions: $g(x) = 0 \iff (x - 2)\, e^x = 0$

$\iff x - 2 = 0$ **cad**: $x = 2$.

Ainsi: **l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution sur IR** et donc la réponse **b. est Vraie**.

Question 3:

$$I = \int_0^1 -2x\, e^{-x^2}\, dx.$$

Notons que: $-2x\, e^{-x^2} = u'\, e^u$, avec: $u(x) = -x^2$.

Dans ces conditions: $I = [\, e^u \,]_0^1$ (car: $(e^u)' = u'\, e^u$)

$$= [\, e^{-x^2} \,]_0^1$$

$$= e^{-1} - 1.$$

Ainsi: **la valeur de I est $e^{-1} - 1$** et donc la réponse **b. est Vraie**.

Question 4:

Ici: • $h(x) = (2x + 4)\ln(x)$ **($u \times v$)**

• $Dh =]\, 0 ; +\infty\, [$.

Pour tout $x \in]\, 0 ; +\infty\, [$: $h'(x) = (2 \times \ln(x)) + (2x + 4) \times \left(\frac{1}{x}\right)$ **($u' \times v + u \times v'$)**

$$= 2\ln(x) + \frac{2x + 4}{x}.$$

Ainsi: **$h'(x) = 2\ln(x) + \frac{2x+4}{x}$** et donc la réponse **c. est Vraie**.

Question 5:

Soient: • V_I, la valeur initiale de l'action

• V_F, la valeur finale de l'action cad trois mois plus tard.

Nous avons: $V_F = (1 + 5\%)\,(1 + 5\%)\,(1 + 5\%)\,V_I$

$$= (1,05)^3\,V_I.$$

Ainsi: **le prix de l'action a été multiplié par le coefficient $1,05^3$** et donc la réponse **a. est Vraie**.