Corrigé

Exercice 5

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2017

MATHÉMATIQUES

Série S

Durée de l'épreuve : 4 heures

Coefficient : 7

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 5 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 9 pages numérotées de 1/9 à 9/9.

Le sujet comporte deux feuilles d'annexes à la page 8/9 et 9/9, à remettre avec la copie.

EXERCICE 5 (3 points)

Commun à tous les candidats

On considère un cube $ABCDEFGH$ fourni en annexe page 9/9.

L'espace est rapporté au repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.

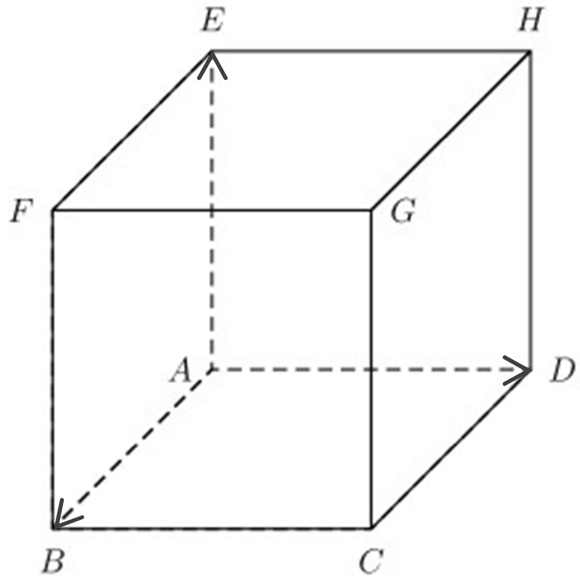
On note $\mathscr{P}$ le plan d'équation $x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z-1=0$.

Construire, sur la figure fournie en annexe page 9/ 9, la section du cube par le plan $\mathscr{P}$.

La construction devra être justifiée par des calculs ou des arguments géométriques.

ANNEXE à compléter et à remettre avec la copie

EXERCICE 5



EXERCICE 5

[Inde, Pondichéry 2017]

Construisons, en justifiant, la section du cube par le plan $\mathcal{P}$:

- Le repère orthonormé est: $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$.

D'où: • $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$ et $E(0;0;1)$.

• $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$.

- Une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ est: $x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z = 1$.

D'où: • un vecteur normal à ce plan est: $\vec{n}\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$.

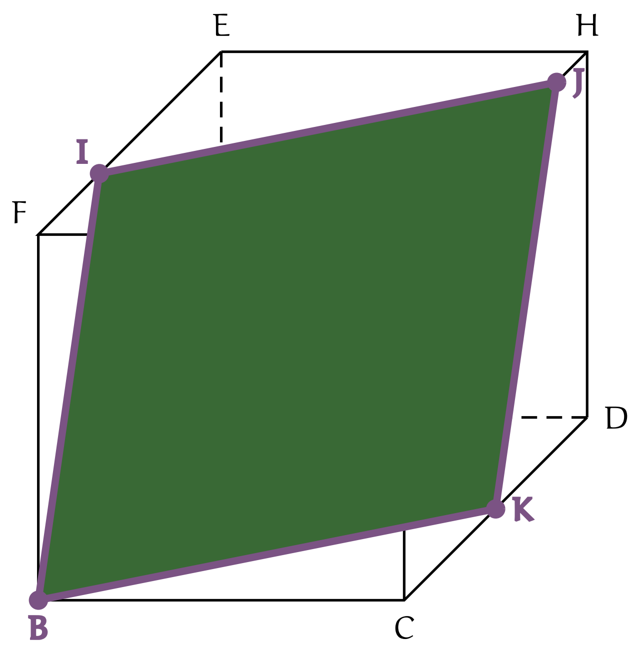
- Notons que: • $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 1 \neq 0$,

• $\overrightarrow{AD} \cdot \vec{n} = \frac{1}{2} \neq 0$,

• $\overrightarrow{AE} \cdot \vec{n} = \frac{1}{3} \neq 0$.

Par conséquent: les vecteurs $\vec{n}$ et $\overrightarrow{AB}$, $\vec{n}$ et $\overrightarrow{AD}$, $\vec{n}$ et $\overrightarrow{AE}$ ne sont pas orthogonaux.

- Ainsi: le plan $\mathcal{P}$ n'est parallèle à aucune des faces du cube, et nous avons alors le graphique suivant:



La section du cube par le plan $\mathcal{P}$ correspond à la surface verte délimitée par le cadre violet cad: **le parallélogramme BIKJ**.

Quelles sont les coordonnées des points B, I, K, J ?

• **B (1 ; 0 ; 0).**

• $I\ (x_I\ ;\ 1\ ;\ 0)$ sachant que $I \in \mathcal{P}$.

$I \in \mathcal{P} \iff x_I + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow x_I = \frac{1}{2}$.

D'où: $\boldsymbol{I\left(\frac{1}{2}\ ;\ 1\ ;\ 0\right)}$.

• $K\ (x_K\ ;\ 1\ ;\ 0)$ sachant que $K \in \mathcal{P}$.

$K \in \mathcal{P} \iff x_K + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow x_K = \frac{1}{2}$.

D'où: $\boldsymbol{K\left(\frac{1}{2}\ ;\ 1\ ;\ 0\right)}$.

• J (x_J ; 1 ; 1) sachant que J ∈ $\mathscr{P}$.

J ∈ $\mathscr{P}$ <=> $x_J + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 1$ => $x_J = \frac{1}{6}$.

D'où: $J\left(\frac{1}{6} ; 1 ; 1\right)$.

Au total: nous venons de construire la section du cube par le plan $\mathscr{P}$.