

Corrigé

Exercice 1



freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2017

MATHÉMATIQUES

- Série ES -

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 7

*Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.*

*Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte
pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou
non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 6 pages numérotées de 1 à 6.

EXERCICE 1 (4 points)

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1) Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = x \ln(x) - x$. On note f' sa fonction dérivée. On a alors :

- a) $f'(x) = 0$ b) $f'(x) = \ln(x)$ c) $f'(x) = \frac{1}{x} - 1$ d) $f'(x) = \frac{1}{x} - x$

2) Les entiers naturels n vérifiant l'inéquation $6 \times 0,95^n - 1 \leq 2$ appartiennent à l'intervalle :

- a) $]-\infty ; \frac{\ln 3}{\ln(5,7)}]$ b) $]-\infty ; \ln\left(\frac{0,5}{0,95}\right)]$ c) $]-\infty ; \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,95)}]$ d) $\left[\frac{\ln(0,5)}{\ln(0,95)} ; +\infty[$

3) Une entreprise fabrique des tubes métalliques de longueur 2 m.

Un tube métallique est considéré comme étant dans la norme si sa longueur est comprise entre 1,98 m et 2,02 m. On prélève au hasard un échantillon de 1000 tubes, on observe que 954 tubes sont dans la norme. L'intervalle de confiance de la fréquence des tubes dans la norme pour cette entreprise au niveau de confiance de 95 %, avec les bornes arrondies à 10^{-3} , est :

- a) [0,922 ; 0,986] b) [0,947 ; 0,961] c) [1,98 ; 2,02] d) [0,953 ; 0,955]

4) Pour un archer, la probabilité d'atteindre la cible est de 0,8. Les tirs sont supposés indépendants. Quelle est la probabilité qu'il touche 3 fois la cible sur une série de 6 tirs ?

- a) 0,512 b) 2,4 c) 0,262144 d) 0,08192

EXERCICE 1

[Amérique du Nord 2017]

1. La bonne réponse est **b)** cad: $f'(x) = \ln(x)$.

En effet, ici, pour tout $x \in]0; +\infty[$: $f(x) = x \ln(x) - x$.

D'où pour tout $x \in]0; +\infty[$: $f'(x) = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} - 1 \Rightarrow f'(x) = \ln(x)$.

2. La bonne réponse est **d)** cad: $n \in \left[\frac{\ln(0,5)}{\ln(0,95)}; +\infty[$.

En effet: $6 \times (0,95)^n - 1 \leq 2 \Leftrightarrow 6 \times (0,95)^n \leq 3$

$$\Leftrightarrow (0,95)^n \leq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow n \ln(0,95) \leq \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow n \geq \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\ln(0,95)}, \text{ car: } 0,95 \in]0; 1[$$

$$\Rightarrow n \geq 13,513 \text{ ou: } n \in \left[\frac{\ln(0,5)}{\ln(0,95)}; +\infty[.$$

3. La bonne réponse est **a)** cad: $I = [0,922; 0,986]$.

En effet, ici: $I = \left[0,954 - \frac{1}{\sqrt{1000}}; 0,954 + \frac{1}{\sqrt{1000}} \right]$, avec: $0,954 = \frac{954}{1000}$.

$$\left(\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \right)$$

4. La bonne réponse est d) cad: $P(X=3) = 0,08192$.

En effet, ici: $X \rightsquigarrow B(6; 0,8)$ cad: une loi binômiale de paramètres:

$$n=6 \text{ et } p=0,8.$$

On répète 6 fois un schéma de Bernoulli.

$$\text{D'où: } P(X=3) = \binom{6}{3} (0,8)^3 (1-0,8)^{6-3} \Rightarrow P(X=3) = 0,08192.$$